



GRUPO DE MEDIOS GRANULARES
UNIVERSIDAD DE NAVARRA

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA
CONVECCIÓN GRANULAR**

MONOGRAFÍAS 2007

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA CONVECCIÓN GRANULAR

Grupo de Medios Granulares

Universidad de Navarra

Resumen

En este ejercicio se recogen algunas de las investigaciones realizadas por el autor en el Grupo de Medios Granulares de la Universidad de Navarra y cuyo objetivo es comprender el origen de la *convección granular*. Para ello se estudiará el comportamiento de una capa granular contenida en una celda cilíndrica a la que se aplica una agitación externa de tipo armónico en la dirección de la gravedad.

Mediante determinaciones precisas del comportamiento global del medio granular se caracterizan los diferentes regímenes convectivos en función del parámetro de control: la aceleración de la celda. Registros espacio-temporales del movimiento de las partículas permiten caracterizar el campo de velocidades de cada uno de estos regímenes. Se determina también el tiempo durante el cual el material pierde contacto con la base. El diagrama de bifurcaciones obtenido para estos tiempos puede ser interpretado en términos de un modelo dinámico al introducir en él una *gravedad efectiva* que de cuenta de la sumatoria de fuerzas que actúan *globalmente* sobre el material.

La dinámica de las partículas que se encuentran próximas a la pared lateral se analiza mediante un sistema de adquisición de imágenes de alta velocidad con resolución microscópica. El ajuste de estas trayectorias a lo largo de un periodo de oscilación se realiza introduciendo una *aceleración efectiva* que da cuenta de la sumatoria de fuerzas que actúan *localmente* sobre las partículas. La comparación entre esta aceleración y la gravedad efectiva obtenida de los tiempos de vuelo permite demostrar que el esfuerzo de corte que se desarrolla entre el centro de masas del sistema y su periferia es el responsable de la convección granular.

I. INTRODUCCIÓN

«Fluidizar» por vibración es una idea ampliamente utilizada en procesos industriales y situaciones de la vida cotidiana donde se manejan medios granulares. Sin embargo, y a pesar de lo que intuitivamente pueda parecer, este concepto comprende complejos comportamientos dinámicos tanto del sistema de partículas en su conjunto, como de la interacción entre éstas y el recipiente que las contiene. La agitación es considerada como el principal mecanismo de homogeneización de mezclas o transporte de materiales que no pueden ser sometidos a otro tipo de esfuerzos. No obstante, esta técnica presenta también grandes problemas prácticos debido -entre otras cosas- a la tendencia que tienen los granos a segregarse en función de sus diferentes propiedades o también a «compactarse» dando lugar a estructuras cuasicristalinas difíciles de manejar.

Por otra parte, la comunidad científica no se ha interesado sino hasta recientemente del estudio de los medios granulares desde un punto de vista fundamental, encontrando serios inconvenientes para tratar adecuadamente este tipo de sistemas. ¿Es posible, por ejemplo, partir de las ecuaciones de conservación de masa, energía y cantidad de movimiento, y llegar a predecir alguno de los fenómenos espacio temporales que se observan con este tipo de materiales?

Una de las inestabilidades más llamativas que desarrollan este tipo de medios ya fue reportada en 1831 por M. Faraday [1], quien describió el «apilamiento» o «amontonamiento» de una capa de arena cuando era agitada verticalmente por una membrana elástica; en sus propias palabras «.. *the particles of the heap rise up at the centre, overflow, fall down upon all sides, and disappear at the bottom, apparently proceeding inwards*».

Este efecto no fue estudiado sistemáticamente hasta bien entrada la década de los ochenta. Aunque existen algunos trabajos previos, originados principalmente en el ámbito de la ingeniería fue el trabajo de P. Evesque & J. Rachenbach [2] donde se analizó por primera vez de forma sistemática el comportamiento de una capa de medio granular agitada desde su base. Estos autores pusieron de manifiesto que el valor crítico para el cual comienza la *inestabilidad convectiva* corresponde a una aceleración máxima de la base igual a la de la gravedad.

Casi en simultaneo C. Laoche, S. Douady & S. Fauve [3] describen la misma fenomenología sometiendo partículas de 0,5 mm de diámetro a una agitación vertical armónica dentro de

un rango de frecuencias de $10 \text{ Hz} \leq \omega \leq 100 \text{ Hz}$. Es en este trabajo donde se utiliza por primera vez el que a la postre ha sido el parámetro de control más comúnmente utilizado en estos sistemas: la aceleración adimensional de la base $\Gamma = A\omega^2/g$ donde A es la amplitud de la oscilación sinusoidal, ω su frecuencia y g la aceleración de la gravedad. Así, cuando este parámetro supere la unidad el medio granular se despegará de la base durante una fracción del ciclo de oscilación. Según estos autores la acción combinada de las paredes y el aire encerrado en la celda son los responsables del movimiento colectivo de las partículas, que por analogía con los sistemas hidrodinámicos, se conoce con el nombre de *convección granular*. Cuando $\Gamma > 1$ la capa granular forma una «pila» o «*heap*» en el centro de la celda, con los granos subiendo por su centro, cayendo por la superficie y entrando nuevamente dentro del material en los bordes del *heap*. Sin embargo, para valores de Γ suficientemente elevados este efecto se atenúa de forma importante; lo mismo ocurre si se hace vacío dentro de la celda. Ésta observación condujo a los autores a afirmar que tras el origen de la convección granular se encontraba la interacción de las partículas con el aire circundante que difunde de forma inhomogénea a través de la capa. En las proximidades de las paredes los esfuerzos que estas aplican al material aumentan su porosidad por «dilatancia» [4] lo que origina que estas regiones «vuelen» menos que las centrales, generando así una onda o *pulso de compactación* que se propaga hacia el centro de la celda, arrastrando consigo a las partículas que se encuentran cayendo. Este efecto se ve fuertemente atenuado cuando se evacua el sistema, lo que llevó a los autores a proponer que el aire es el principal responsable del movimiento colectivo de las partículas.

Otros autores sin embargo, han puesto de manifiesto que independientemente de los efectos que el aire pueda introducir sobre el medio, la interacción entre las partículas y las paredes resulta suficiente para inducir movimientos colectivos o de «convección». El grupo de medios granulares de la Universidad de Chicago puso de manifiesto –utilizando técnicas de Resonancia Magnética Nuclear– que las paredes por sí solas son capaces de inducir desplazamientos verticales en las partículas que se encuentran junto a ellas [5]. La dirección de estos desplazamientos puede eventualmente ser invertida en función del ángulo que formen las paredes con la dirección de la gravedad [6]. Hay que apuntar sin embargo, que en estos experimentos la excitación del sistema se realizaba mediante una serie rápida de golpes o «*taps*» en la dirección vertical y no bajo la acción de oscilaciones de tipo armónico. Ambos efectos parecen por tanto ser los responsables del mismo fenómeno aunque aún

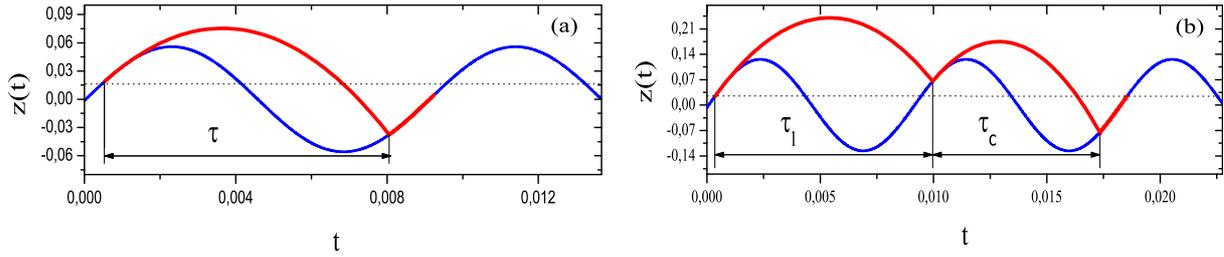


Figura 1: Representación del movimiento de una partícula perfectamente inelástica (en rojo) sobre una base vibrante (en azul). La línea discontinua representa la amplitud a la cual la base tiene una aceleración igual a $-g$. (a) La partícula realiza un vuelo parabólico durante un tiempo τ , choca contra la base y permanece en reposo sobre ésta. (b) En este caso tras un primer vuelo de duración τ_1 la partícula choca en un instante en que la aceleración de la base es menor que $-g$, iniciando un segundo vuelo cuya duración es τ_c .

perduran los debates acerca de la importancia relativa de uno u otro.

No se hará aquí una reseña respecto de los modelos teóricos que han sido introducidos para justificar la convección granular. La razón básica es que la mayoría de ellos parten de una premisa que la experiencia —como se verá más adelante— ha demostrado que es falsa: la existencia de una analogía con la convección térmica mediante la introducción de una *temperatura granular*. Sí existe en cambio un análisis importante del problema que demuestra la relación entre los comportamientos locales o «microscópicos» de las partículas y su movimiento colectivo bajo la acción de la gravedad. Esta relación fue introducida en 1991 por A. Metha & G.C. Barker [7] y posteriormente simplificada A. Metha & J.M. Luck [8] quienes sugirieron la posibilidad de aproximar el problema de una forma más elemental al considerar el medio granular como una «bola inelástica» excitada desde una base oscilante. Esta aproximación, cuyo enunciado sugiere una solución trivial, fue introducida por E. Fermi en 1949 para interpretar el origen de la radiación cósmica [9]. A pesar de la aparente simplicidad del modelo, su naturaleza no lineal hace que no pueda ser resuelto de forma analítica, teniendo que recurrir a un gran número de aproximaciones para estimar su solución. La primera de estas aproximaciones implica considerar la partícula como si fuera *perfectamente inelástica*. Bajo este supuesto el modelo se conoce como *modelo de la bola inelástica* o simplemente «IBBM» de sus siglas en inglés. Con esta aproximación la complejidad del modelo se reduce debido a que la velocidad de la partícula inmediatamente después del choque con

la base es exactamente la de esta. Así, la partícula se despegará de la base solo cuando la aceleración de esta iguale a la gravedad. En ese instante el medio inicia un vuelo parabólico para finalmente perder toda su energía en una nueva colisión completamente inelástica. Para aceleraciones próximas a la de la gravedad, la aceleración de base en el momento del choque es aún menor que esta de manera que el medio se moverá solidario a la base hasta que se satisfaga esta condición (Fig. 1.a). No obstante, existe un valor de aceleración por encima del cual la aceleración en el momento del choque ya es superior a la de la gravedad de manera que el medio comenzará inmediatamente un nuevo vuelo (Fig. 1.b).

El cálculo de estos tiempos de vuelo requiere una serie de pasos sencillos aunque sus consecuencias no lo son. Definiendo t_0 como el instante en el que la aceleración de la base iguala a la gravedad (es decir $g = A\omega^2 \sin(\omega t_0)$), el instante en el que la partícula inicia su vuelo vendrá dado por:

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin(\Gamma^{-1}) \quad (1)$$

donde $\Gamma = A\omega^2/g$. La coordenada del vuelo parabólico que describe la partícula será entonces:

$$z(t - t_0) = z_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \quad (2)$$

donde z_0 y v_0 vendrán dados por:

$$\begin{cases} z_0 = A \sin(\omega t_0) = A\Gamma^{-1} = g/\omega^2 \\ v_0 = A\omega \cos[\arcsin(\Gamma^{-1})] \end{cases} \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2) obtenemos la posición de la bola durante el vuelo en función de los parámetros de la vibración:

$$z(t - t_0) = g/\omega^2 + A\omega \cos[\arcsin(\Gamma^{-1})](t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \quad (4)$$

y rescribiendo (4) términos de la fase de vibración, $\phi = \omega t$:

$$z(\phi - \phi_0) = \frac{g}{\omega^2} [1 + \Gamma \cos[\arcsin(\Gamma^{-1})](\phi - \phi_0) - \frac{1}{2}(\phi - \phi_0)^2] \quad (5)$$

podemos calcular la fase en que la partícula cae sobre la base, ϕ^* , a partir las ecuaciones de su posición:

$$\Gamma \sin(\phi^*) = 1 + \Gamma \cos(\arcsin(\Gamma^{-1}))(\phi^* - \phi_0) - \frac{1}{2}(\phi^* - \phi_0)^2 \quad (6)$$

La solución de esta ecuación permite calcular el «*tiempo de vuelo*» de la partícula. Tras la colisión, la bola pierde toda su energía y recupera las condiciones de la base, de manera que función de la aceleración de la base puede ocurrir:

- 1** Si $\mathbf{a}(\phi^*) > -\mathbf{g}$ la partícula permanece pegada a la base hasta que la aceleración de ésta supere nuevamente la de la gravedad iniciando otro vuelo parabólico (Fig.1.a). El tiempo de vuelo, τ , en este caso es:

$$\tau = \frac{1}{\omega}(\phi^* - \phi_0) \quad (7)$$

- 2** Si $\mathbf{a}(\phi^*) \leq -\mathbf{g}$ la partícula puede, inmediatamente tras la colisión, iniciar un nuevo vuelo (Fig.1.b) con magnitudes iniciales:

$$\begin{cases} z_0 = \frac{\Gamma g}{\omega^2} \sin(\phi_0^*) \\ v_0 = \frac{\Gamma g}{\omega} \cos(\phi_0^*) \end{cases} \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (2) e igualando a la posición de la base, obtenemos la fase de esta segunda colisión, ϕ_2^* , a partir de:

$$\sin(\phi_2^*) = \sin(\phi_0^*) + \cos(\phi_0^*)(\phi_2^* - \phi_0^*) - \frac{1}{2\Gamma}(\phi_2^* - 2 - \phi_0^*)^2 \quad (9)$$

Para aceleraciones aún mayores ambos procesos pueden repetirse con tiempos de vuelo que serán múltiplos del periodo de oscilación.

El parámetro de control que gobierna la dinámica impuesta por la Ec.6 es entonces la aceleración adimensional de la base Γ . A medida que esta aumenta por encima de su primer valor crítico $\Gamma_c^0 = 1$ existe un único tiempo de vuelo que crece monótonamente hasta igualar el período de oscilación:

$$T = \frac{2A\omega^2 \cos(\arcsen(1/\Gamma))}{\omega g} \quad (10)$$

El valor crítico de esta segunda bifurcación puede obtenerse entonces a partir de:

$$\frac{2\pi}{\Gamma} = \cos(\arcsen(1/\Gamma)) \quad (11)$$

La solución de esta ecuación trascendente tiene la forma:

$$\Gamma_c^1 = \sqrt{1 + \pi^2} = 3,29 \quad (12)$$

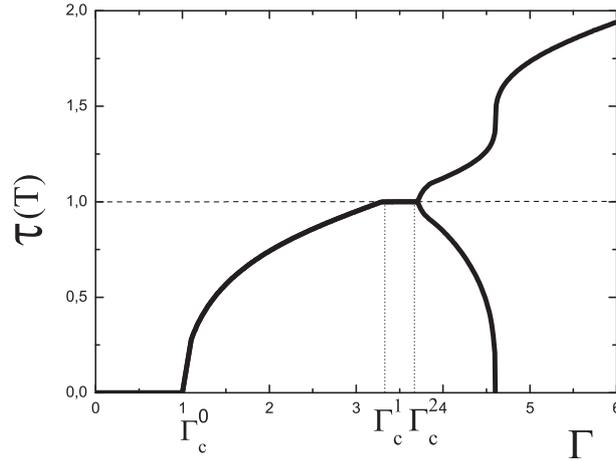


Figura 2: Tiempo de vuelo de una partícula completamente inelástica (medido en unidades del periodo de vibración) en función del parámetro de control Γ tras cincuenta oscilaciones.

y representa el valor de aceleración para el cual el sistema sufre una bifurcación tipo «*saddle node*», donde el tiempo de vuelo tiende asintóticamente al periodo de vibración de la base [10].

Esta dinámica se mantiene hasta que una nueva bifurcación aparece en el sistema cuando:

$$\Gamma_c^2 = \pi \sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2}} = 3,7242 \quad (13)$$

y donde el tiempo de vuelo sufre una *duplicación de periodo*, volando consecutivamente en dos tiempos diferentes, pero cuya suma es igual al periodo de oscilación. Físicamente, este efecto corresponde a un vuelo con una velocidad inicial menor que la necesaria para viajar un periodo seguido por otro con una velocidad inicial mayor. El diagrama de bifurcaciones correspondiente puede verse en la figura 2.

Este comportamiento indujo a algunos autores a hipotetizar acerca de una posible ruta al caos del sistema vía duplicación de período [8, 11], o incluso, cuasiperiódica [13] cuando el coeficiente de restitución era levemente superior a cero, aunque tal efecto nunca ha sido observado en un medio granular.

La consideración de una capa granular lo suficientemente profunda como un *medio perfectamente inelástico en conjunto* debe ser matizada a media que la profundidad disminuye. Se ha demostrado que para capas poco profundas (por debajo de 6 veces el diámetro de las partículas) y con una extensión lateral suficiente, aparecen en el sistema una serie de *estructuras espaciales* como «rollos» o «*stripes*», hexágonos, cuadrados, «*kinks*», estados

desordenados [14] e incluso estructuras localizadas tipo «solitones» [15].

Para capas profundas sin embargo, solo se ha observado la aparición de estructuras tipo «*kink*». Estas estructuras se observan para valores de la aceleración adimensional $\Gamma > 5$, bastante por encima del valor crítico para la aparición de la duplicación de periodo $\Gamma_c^2 \simeq 3,72$. En estas condiciones la capa granular sufre una nueva bifurcación -ésta de carácter espacial- que corresponde a un estado donde dos regiones del espacio oscilan en oposición de fase. Así, cuando una de ellas se encuentra realizando el vuelo largo, la otra está en un vuelo corto y viceversa. Tal comportamiento ha sido descrito en capas profundas y cuasibidimensionales [16], en capas poco profundas y extensas [14] y en capas profundas en celdas cilíndricas [17].

En el conjunto de trabajos mencionados se ha puesto de manifiesto que el aire juega un papel importante en la dinámica observada. Un análisis detallado de sus efectos sobre el sistema no es sencillo pues implica conocer en detalle como fluye o «*percola*» el aire a través de la capa granular. Este problema, ya complicado en sí mismo, se torna aún más complejo cuando la porosidad del medio varía a lo largo del ciclo de agitación y además esta variación está acoplada a la forma en que el aire difunde a través del medio. Un estudio pionero de este problema [18] considera la capa de medio granular como un pistón poroso cuya permeabilidad no varía a lo largo del ciclo de oscilación e ignora la compresibilidad del aire que inunda el sistema. Bajo estas condiciones se demuestra como depende el vuelo del «pistón» de su porosidad. Este análisis fue extendido posteriormente por R.G. Gutman [19], quien incluyó la compresibilidad del aire en su análisis para mostrar que este factor modifica en gran medida la dinámica temporal del problema.

A pesar de la importancia de estas observaciones sobre los medios granulares agitados no existen muchos trabajos centrados en el tema, salvo en la descarga del tolvas (o relojes de arena) [20] o para explicar la desaparición del «*heap*» de un medio granular en el vacío [21].

Este trabajo pretende por tanto aportar algo de luz sobre el problema de la convección granular, cuantificando los efectos que las paredes y el aire puedan introducir sobre los medios granulares agitados. Para ello se estudiará un medio granular agitado verticalmente encerrado en una celda cilíndrica. En él se determinará el campo de velocidades de las partículas en las paredes del recipiente y el tiempo de vuelo del sistema en su conjunto. A partir de estos datos, se estudiará la importancia relativa del aire y la fricción de los granos sobre las paredes en la convección granular.

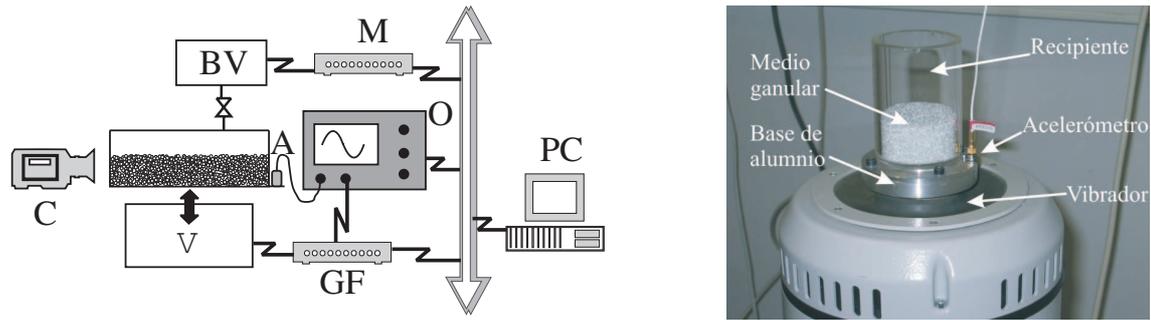


Figura 3: Esquema del sistema experimental: (V) vibrador, (BV) bomba de vacío, (C) Cámara, (GF) generador de funciones, (O) osciloscopio, (M) multímetro. En la derecha, fotografía de una celda de prueba.

II. SISTEMA EXPERIMENTAL

El sistema experimental consiste en una celda cilíndrica de borosilicato de 52 mm de diámetro y 50 mm de altura y cuya base también es de vidrio. La celda se encuentra sobre un agitador electromagnético TiraVib 52110, capaz de suministrar al sistema una aceleración máxima de 50 g con una distorsión respecto de la señal de excitación del 1% como máximo. Todo el conjunto se encuentra sobre una mesa antivibratoria de gran masa, de manera que cuando el sistema está correctamente alineado en la vertical, la aceleración residual que pueda existir en la dirección horizontal está por debajo de $0,05\text{ g}$. La señal que alimenta al vibrador procede de un generador de funciones (Stanford Research) con 1 mHz de resolución que se controla desde un ordenador (Fig. 3). La aceleración que se aplica a la celda se mide mediante un par de acelerómetros colocados junto a su cara exterior. Estos acelerómetros tienen una resolución de $0,01\text{ g}$ con una respuesta en frecuencia prácticamente plana entre 1 y 100 KHz . En todas las experiencias se han utilizado partículas de vidrio de $0,5 \pm 0,1\text{ mm}$ de diámetro. Con este tamaño, las perturbaciones de origen electrostático pueden resultar importantes. Por esta razón la celda se trata con un baño anti-electrostático antes de comenzar cada secuencia de medidas y las partículas se renuevan periódicamente. El espesor de las capas estudiada se encuentra entre $20 < N < 70$ donde N es la altura de la capa normalizada respecto del diámetro de las partículas

En todos los casos la vibración ha sido de tipo armónico de manera que, la aceleración adimensional $\Gamma = Aw^2/g$ que se aplica puede controlarse o bien variando la frecuencia de oscilación, o bien variando su amplitud. Se ha comprobado que no existen grandes diferencias

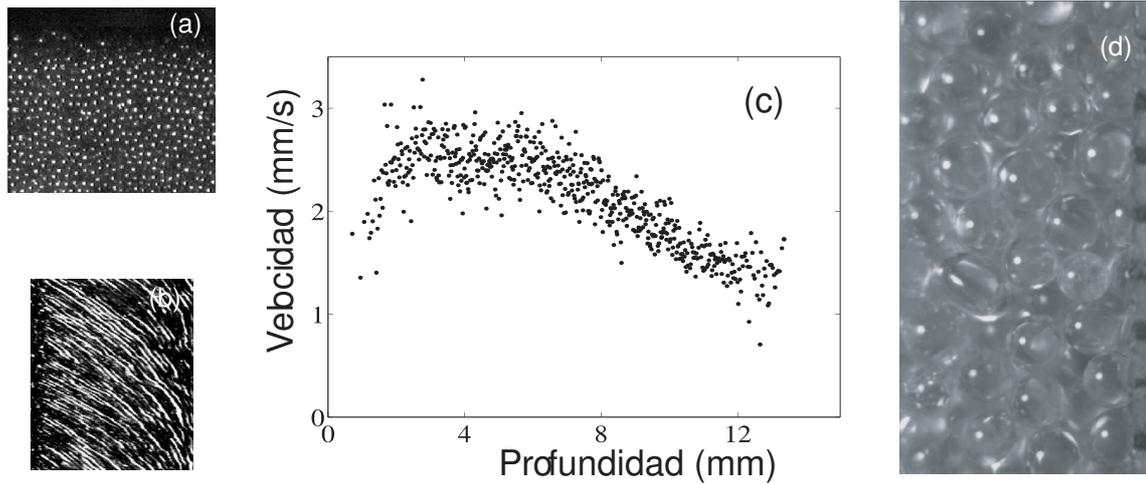


Figura 4: (a) Imagen lateral de la celda de convección. (b) Trazas del movimiento de las partículas a lo largo de la dirección vertical. (c) Perfil de velocidades en función de la profundidad medido desde la superficie libre. (d) Imagen típica de las partículas obtenida mediante microscopía para su uso por la cámara rápida.

en la dinámica para frecuencias entre los 80 Hz y los 300 Hz . Se ha elegido como frecuencia de trabajo $f = 110 \text{ Hz}$.

El rango de aceleraciones adimensionales estudiado se encuentra entre $0,5 < \Gamma < 7$. Por encima de este valor, el movimiento de las partículas se torna muy desordenado. Para medir el campo de velocidades de las partículas junto a las paredes de la celda se han utilizado dos sistemas complementarios. El primero, se basa en una cámara CCD con un sistema macro de lentes que permite aproximarse a las partículas lo suficiente como para distinguirlas individualmente (Fig. 4.a). Esta imagen es enviada a un sistema de procesamiento que permite registrar de forma secuencial el movimiento de una línea de *pixels* a lo largo o ancho de la imagen como puede verse en la Figura 4.b. Mediante un post-procesado de estas imágenes (aplicando diferentes filtros que permitan transformar la imagen en una serie de trazas) se puede calcular la pendiente de las diferentes trayectorias que luego de promediadas, conducen a un perfil de velocidades en la dirección vertical como el mostrado en la Figura 4.c. Debido a que las partículas pueden eventualmente salir o entrar dentro de la línea captada por el sistema, existe una evidente dispersión (en torno al 10%) de los valores medidos, aunque los valores medios son estables y fácilmente reproducibles. El segundo de los sistemas utilizado para determinar las velocidades es una cámara de alta velocidad que

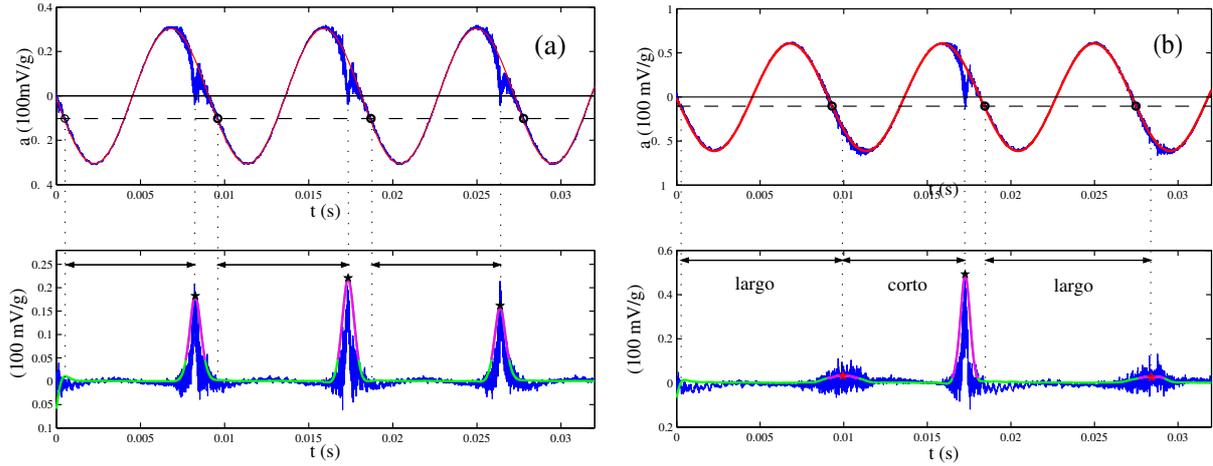


Figura 5: Señal de la aceleración medida en la base de la celda (*a*) antes y (*b*) después de la duplicación de periodo. Arriba está representada la señal medida (en azul) y su ajuste (en rojo). La línea discontinua horizontal representa $-g$ y los círculos marcan el momento donde la señal de la aceleración es $-g$. Abajo en azul está representada la diferencia entre la señal medida y el ajuste, $\delta(t)$. En verde aparece la señal filtrada que queda por debajo del umbral y en magenta la que queda por encima. Las estrellas señalan el instante donde se produce la colisión.

permite alcanzar velocidades de registro de hasta 48.000 imágenes por segundo, aunque en una región muy limitada de observación y almacenando unos pocos ciclos de oscilación por adquisición. Mediante grabaciones procedentes de este sistema, se han procesado secuencias que contienen hasta 20 partículas cuyas posiciones han sido registradas para duraciones de hasta 30 ciclos. Una imagen típica obtenida con este sistema de adquisición puede verse en la Figura 4.d. Los tiempos de vuelo de la capa granular se determinan mediante el análisis de la señal registrada por el acelerómetro de la base de la celda. Para ello se analizan registros temporales como los mostrados en la Figura 5 mediante el siguiente protocolo:

- Para obtener una medida precisa de la amplitud A y la frecuencia de oscilación f que permita conocer con exactitud el valor de la aceleración adimensional Γ , es necesario reconstruir la señal de aceleración que suministra el vibrador al medio granular. Para ello se ajustan los puntos de la señal medida (en azul en las gráficas superiores de la Figura 5), excluyendo a los picos debido al impacto de la capa con la base del

contenedor, a la función:

$$a^*(t) = A_0 + A \sin(2\pi ft + \phi_0) \quad (14)$$

donde $a^*(t)$ es la señal reconstruida (rojo en las gráficas superiores de la Figura 5), A_0 es cualquier *offset* que pudieran tener los instrumentos, A la amplitud de la oscilación, f la frecuencia de oscilación y ϕ_0 el desfase que pueda tener la señal. En el ajuste todos estos parámetros son libres.

- Con los parámetros obtenidos en el ajuste, se calcula la diferencia $\delta(t)$ entre la aceleración instantánea y su ajuste:

$$\delta(t) = a(t) - a^*(t) = a(t) - (A_0 + A \sin(2\pi ft + \phi_0)) \quad (15)$$

Esta diferencia se representa en azul en las gráficas inferiores de la Figura 5.

- Se suaviza $\|\delta(t)\|$ aplicando un filtro *Butterworth* de tercer orden (en verde y magenta en la Fig. 5). La parte magenta representa la señal de impacto y se ha seleccionado eligiendo los puntos del filtrado que han superado cierto umbral.
- Calculando el promedio de la señal de impacto, se puede determinar con una precisión del 3% el valor medio del tiempo de colisión t_c . En adelante se considerará que este tiempo corresponde al instante en el que el *centro de masas* del sistema choca contra la base de la celda. Las estrellas en las gráficas inferiores de la figura representan este tiempo.
- A partir de los datos experimentales se determina en qué instante t_0 la aceleración de la base alcanza el valor $-g$. Este instante corresponde a los círculos en las gráficas superiores de la Figura 5.
- El tiempo de vuelo τ se calcula restando ambos tiempos,

$$\tau = t_c - t_0$$

antes de la bifurcación de periodo, o como

$$\begin{cases} \tau_{largo} = t_c - t_0 \\ \tau_{corto} = t_c - t_{largo} \end{cases}$$

tras la duplicación de periodo.

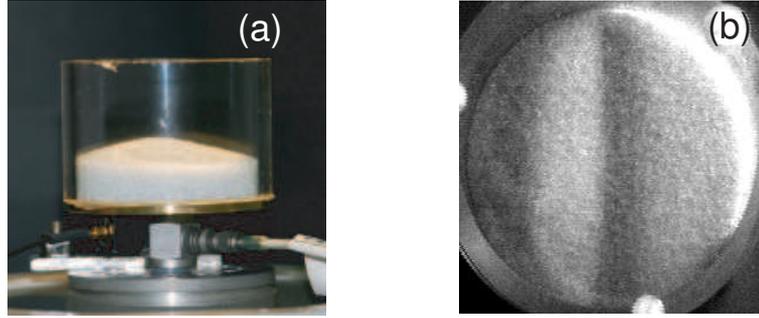


Figura 6: (a) Vista lateral de la formación de un *heap* o talud. (b) Vista superior del medio granular luego de producida la segunda bifurcación espacial.

Este procedimiento permite así determinar el tiempo de vuelo de la capa en su conjunto, sin atender a su estructura en forma de partículas. Finalmente, con objeto de estudiar la influencia del aire sobre la dinámica también se ha construido una celda estanca con la que se estudiaron bajas presiones (de hasta 3×10^{-3} Torr).

III. RESULTADOS

En los próximos párrafos se resumirán algunos de los principales resultados obtenidos mediante la aplicación de las técnicas introducidas en la sección precedente. Las determinaciones experimentales se han centrado básicamente en: (a) la caracterización del flujo convectivo en el caso de un movimiento toroidal, (b) la determinación de los tiempos de vuelo de la capa granular sin atender a su naturaleza discreta y (c) el estudio resuelto en el tiempo del movimiento de las partículas adyacentes a la pared de la celda. Un análisis conjunto de estas observaciones permitirá finalmente una caracterización completa de la naturaleza de la convección granular.

Características globales del flujo

Como se ha mencionado, la frecuencia a la que se han realizado todas nuestras determinaciones ha sido de $f = 110 \text{ Hz}$, de manera que el rango de aceleraciones explorado se encuentra entre $0,5 < \Gamma < 7$ (amplitudes de vibración entre $1 \times 10^{-5} \text{ m} < A < 14,3 \times 10^{-5} \text{ m}$). Dentro de este rango de amplitudes, la secuencia de estructuras espaciales observadas resulta independiente de la altura de la capa granular. Para valores de Γ por debajo de la unidad,

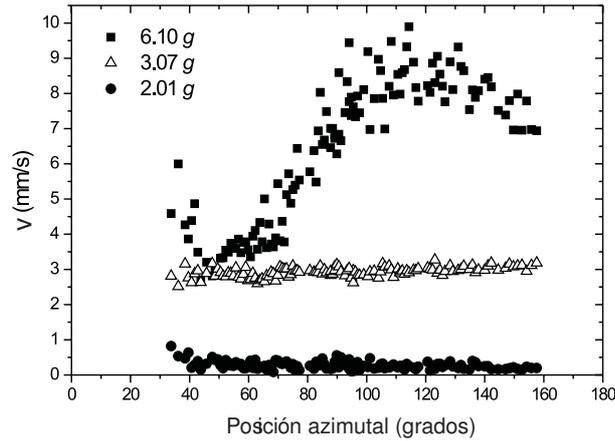


Figura 7: Perfil de velocidades en función de la posición azimutal

no se observa movimiento alguno; superado este valor crítico, los granos describen un movimiento colectivo descendiendo junto a la pared lateral y subiendo por el centro de la celda. Para valores de Γ superiores pero próximos a la unidad puede observarse un pequeño *heap* o talud que va desde el centro de la celda hacia la pared lateral (Fig. 6.a). Por encima de $\Gamma > 3$, este efecto desaparece y la superficie libre se torna prácticamente plana. La estructura «convectiva» que desarrollan los granos tiene por tanto una forma toroidal semejante a la observada en convección de Bénard-Marangoni [22]. Esta estructura se mantiene hasta un valor de $\Gamma \simeq 6$, donde una nueva bifurcación espacial da lugar a un par de «rollos convectivos» paralelos cuya orientación en diferentes realizaciones parece ser completamente azarosa (Fig. 6.b). El valor en el que se produce la bifurcación presenta cierto grado de histéresis aunque con límites no muy bien definidos. Para valores aún mayores de Γ aparecen en la superficie fuertes perturbaciones que eventualmente ocultan la estructura convectiva y que no serán estudiadas en este trabajo.

Independientemente de la aceleración de que se trate, las partículas adyacentes a las paredes se desplazan hacia abajo aunque con una velocidad sustancialmente menor que como lo harían en caída libre. La dependencia del campo de velocidades con la altura fue introducido en la Figura 4.c. En ella puede verse que la velocidad es máxima en la región próxima a la superficie libre. A partir de esta región la velocidad desciende de forma monótona hasta el fondo de la celda donde no se anula, sino que aún mantiene un valor finito. Con objeto de caracterizar como depende este campo de velocidades del parámetro de control, lo consideraremos definido a través de su valor máximo, habiendo comprobado que la dependencia

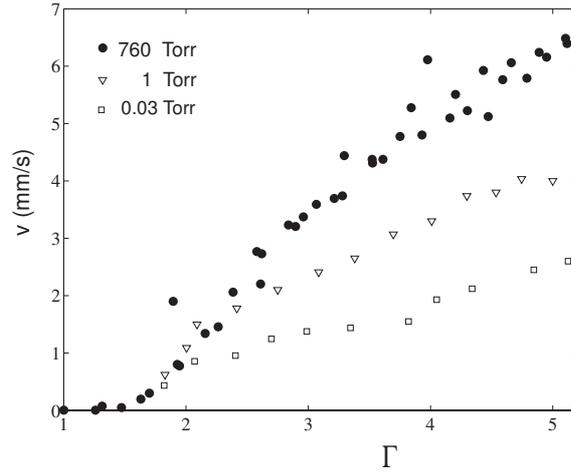


Figura 8: Dependencia de la velocidad de las partículas con la presión de aire en el interior de la celda. Resulta evidente que el aire juega un papel de lubricante para grandes aceleraciones, aunque sus efectos no resultan significativos para aceleraciones próximas al umbral de convección.

monótona de la velocidad con la altura existe para todo el rango de frecuencias estudiado.

Para valores de la aceleración anteriores a la bifurcación espacial, el perfil de velocidades alrededor de la celda es el mismo para cualquier posición angular, como puede comprobarse en la Figura 7. A medida que aumentamos la aceleración la velocidad aumenta monótonamente hasta que para valores de $\Gamma > 6$, se produce la bifurcación espacial. Aún en este caso, las partículas continúan descendiendo por las paredes, aunque ahora su perfil de velocidades se encuentra modulado en la dirección azimutal; la región de velocidades por debajo de la media coincide con la región deprimida que cruza el diámetro de la celda mientras que la velocidad es máxima en una región perpendicular a ésta. Si bien este estado presenta interesantes propiedades en sí mismo no será desarrollado en este trabajo.

Los efectos del aire sobre este comportamiento se han comprobado evacuando la celda a 1 Torr y a 30 mTorr . Como se observa en la Figura 8 el sistema no deja de «conveccionar», aún bajo vacío. No obstante, el valor máximo de la velocidad se ve fuertemente atenuado como es de esperar considerando el efecto lubricante que tiene el aire en este caso. Un aspecto importante a destacar –y que será comentado más adelante– es que esta atenuación no parece afectar el movimiento de las partículas para valores de $\Gamma < 2,5$

Dado que el mecanismo de inyección de energía de este sistema es la energía suministrada por la agitación hemos normalizado la velocidad de las partículas con la velocidad máxima

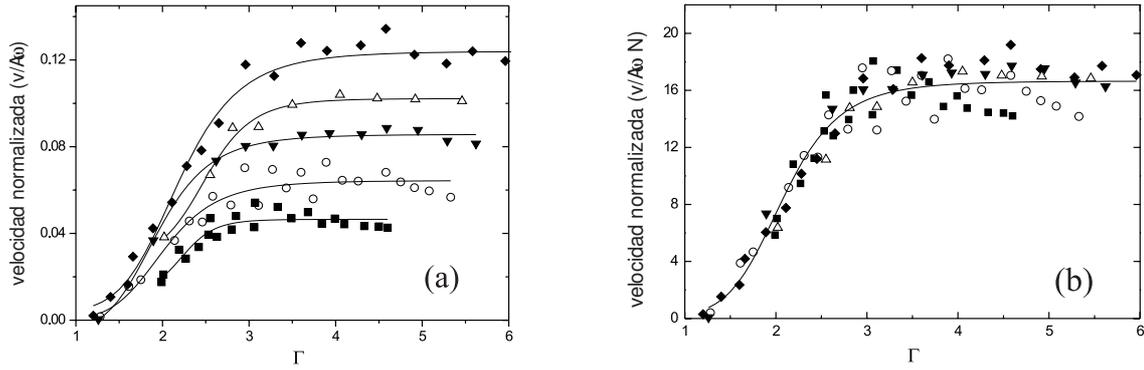


Figura 9: (a) Velocidad en función de la aceleración, normalizada respecto de la velocidad máxima que alcanzan las paredes. (b) La misma gráfica que en (a) pero normalizada ahora también con la masa.

de la celda $v_w = A\omega$ y con su masa o número de capas N . Estos resultados pueden verse en la Figura 9. En ella se observa como para aceleraciones $\Gamma \sim 2,8$ existe un cambio marcado en la dinámica de la convección: para valores de gama grandes, la energía absorbida por el medio es independiente de la aceleración mientras que, para valores próximos al umbral convectivo la energía absorbida crece monótonamente.

Dinámica del centro de masas del sistema

En esta sección se estudiará el movimiento de la capa granular en su conjunto, como si de único cuerpo inelástico se tratara. Mediante la técnica de medición del tiempo de vuelo descrita más arriba se ha determinado el movimiento del centro de masas de la capa granular en función de la aceleración adimensional. El resultado para una capa de masa 30g puede verse en la Figura 10.a. En esta figura puede verse claramente como aumenta el tiempo de vuelo del sistema a medida que la aceleración adimensional crece hasta que finalmente sufre una bifurcación cuando este iguala el periodo de oscilación de la base. En el detalle de la misma figura puede observarse también como la dinámica es esencialmente la misma para cualquier altura de la capa (o masa) que se utilice.

En la Figura 10.b se ha representado la influencia que tiene el gas intersticial sobre el diagrama de bifurcaciones. Resulta evidente que la presencia o no de aire dentro de la celda puede condicionar el valor crítico de la aceleración donde se produce la duplicación de periodo. Un resultado más sutil pero importante es el cambio en el comportamiento de

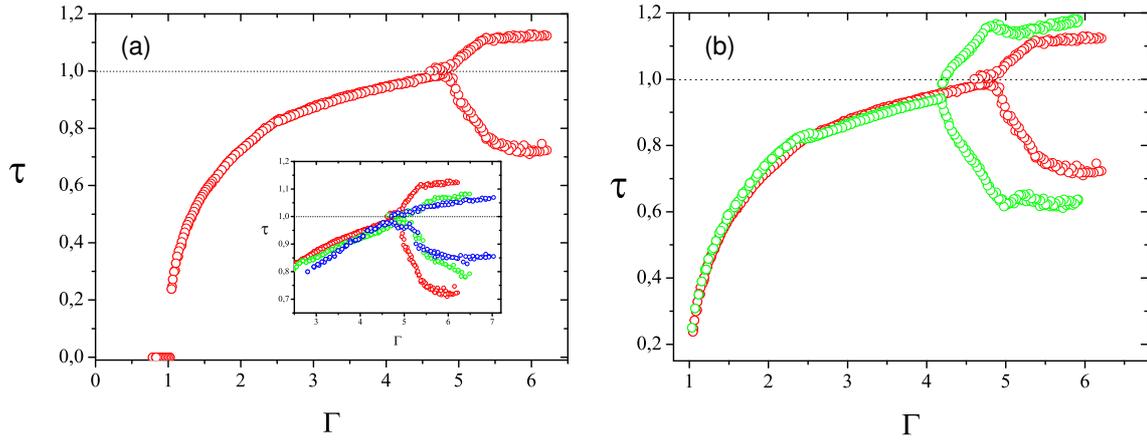


Figura 10: (a) Tiempo de vuelo de una capa granular de altura $N = 20$. Las barras de error son del tamaño de los puntos. Inserto: la misma dinámica puede observarse para $N = 30$ (puntos rojos), $N = 50$ (puntos verdes) y $N = 70$ capas (puntos azules). (b) Tiempo de vuelo de una capa granular de altura $N = 20$ (puntos verdes en vacío y rojos con aire).

los tiempos de vuelo para valores por encima y debajo de $\Gamma \sim 2,8$ en el caso del vacío. Al igual que en caso del campo de velocidades, alrededor de este valor la dinámica del sistema sufre un cambio cuya naturaleza pondrá de manifiesto al final de esta sección. Finalmente mencionar que la rugosidad de las paredes de la celda no introduce un efecto significativo sobre estos tiempos aunque sí modifica la velocidad media del flujo convectivo.

En la Figura 11.a puede verse la comparación de estos resultados con los predichos por el IBBM. En esta figura queda patente que existen importantes diferencias entre ambos. En primer lugar, el valor crítico donde se produce la duplicación de periodo es marcadamente superior al predicho por el modelo y además, en el caso del sistema real los tiempos de vuelo después de la bifurcación tienden a estacionarse al contrario de lo predicho en la teoría. Dentro de la resolución experimental no se observa la existencia de la región correspondiente a la bifurcación tipo *saddle node*.

Pueden apuntarse dos causas –no necesariamente inconexas– como origen a la discrepancia entre modelo y experimento: (a) los efectos que el aire sobre la capa granular y (b) la fricción del medio sobre la pared de la celda. Los efectos del aire no obstante no resultan apreciables hasta el punto de bifurcación como ha quedado de manifiesto en la Figura 10.b. Se ha realizado un estudio sistemático de sus efectos que no será detallado en este manuscrito [23]. La consideración de la fricción con las paredes podría resolver por tanto las discrepan-

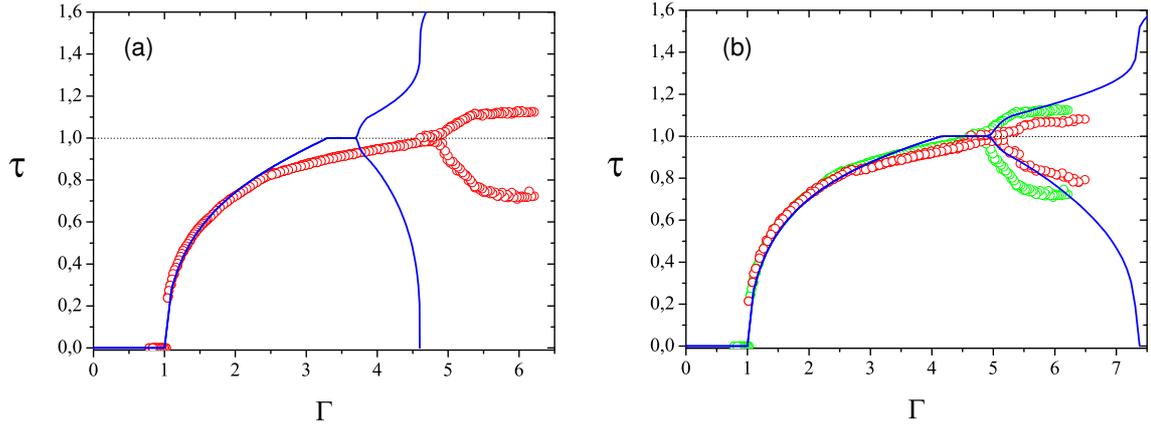


Figura 11: (a)Tiempo de vuelo para una capa de altura $N = 20$ (rojo) y para el IBBM (azul). (b)Tiempo de vuelo para capas de altura $N = 20$ (verde) y $N = 33$ (rojo). En azul el IBBM modificado con una gravedad efectiva cuya constante $\alpha = 7,5 \times 10^{-3} \text{ s}^2 \text{ m}^{-1}$.

cias observadas. Esta idea –en principio sencilla– entraña serias dificultades técnicas pues es extremadamente difícil caracterizar la fricción entre la capa granular y las paredes del sistema. Existen diferentes aproximaciones al problema aunque ninguna de ella por si sola completamente satisfactoria. Debido a su extensión no se desarrollará aquí su tratamiento completo (se pueden encontrar en [24]) y simplemente apuntaremos que el mejor ajuste de los tiempos de vuelo se obtiene introduciendo en el problema una *gravedad efectiva* :

$$g_{ef} = g e^{\alpha g(\Gamma-1)} \quad (16)$$

que depende de la aceleración de la base y un parámetro de ajuste α con la cual es posible «rescalar» la dinámica como puede verse en la Figura 11.b.

Este resultado permite ajustar muy bien el diagrama de bifurcaciones aunque aún no resuelve discrepancias como la existencia o no de la bifurcación *saddle node* en el caso de una capa granular. Sí pone de manifiesto no obstante, la existencia de una fuerza mayor que la de la gravedad –promediada a lo largo de un ciclo de oscilación– actuando sobre la capa y cuyos efectos se hacen más evidentes a medida que nos alejamos del umbral de la convección. Dentro de esta gravedad efectiva se encuentran enmascarados además los efectos combinados de aire y porosidad en las paredes.

Existe un fenómeno sin embargo, que no puede ser achacado a la existencia de esta fuerza efectiva. Este efecto se ha resaltado en la Figura 12 donde se observa como hasta valores de $\Gamma \sim 2,5$ los tiempos de vuelo en el sistema se ajustan razonablemente bien con el

IBBM mientras que para valores superiores el comportamiento sufre un cambio súbito. Este «quiebre» es general (aunque resulta más obvio en los sistemas bajo vacío) y concuerda con los valores donde se produce el cambio de tendencia en la velocidad de la convección (Fig. 9) por tanto tiempo importantes consecuencias sobre la dinámica de la convección.

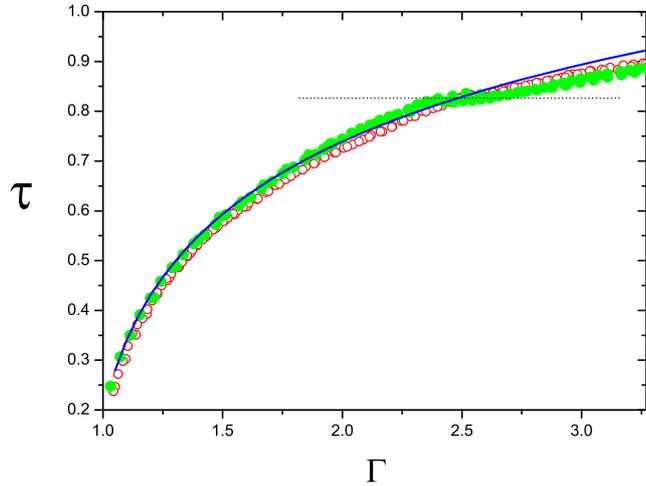


Figura 12: Tiempo de vuelo para una capa de altura $N = 20$ en presencia de aire (puntos rojos) en vacío (puntos verdes) y para el IBBM (línea azul). La posición donde aparece el cambio de tendencia se marca con una línea discontinua.

Para comprender el origen de este quiebre es necesario prestar atención a un factor que en principio puede pasar desapercibido, que es la duración finita del choque de la capa granular con la base. Como puede verse en la Figura 13 la duración de este impacto puede ajustarse muy bien por una lorentziana cuyo ancho consideraremos en adelante como la duración del choque. Esta duración está relacionada con la deformación que sufrirá la capa granular al colisionar con la base. Para valores de Γ próximos a la unidad este tiempo es menor que el tiempo que la capa granular permanece en contacto con la base antes de iniciar un nuevo vuelo. A medida de que Γ aumenta, el tiempo de contacto entre la capa y la base se hace más corto hasta que eventualmente se vuelve comparable a la duración del choque. Esta «resonancia» ocurre justamente para valores de la aceleración en torno a $\Gamma \sim 2,5$, valor que coincide exactamente con el quiebre de la Figura 12. A partir de aquí los tiempos de vuelo del centro de masas se hacen marcadamente menores que los predichos por el IBBM. La duración finita del choque es un aspecto no contemplado por este modelo, de manera que para estudiar los efectos que este tiempo introduce sobre la dinámica del

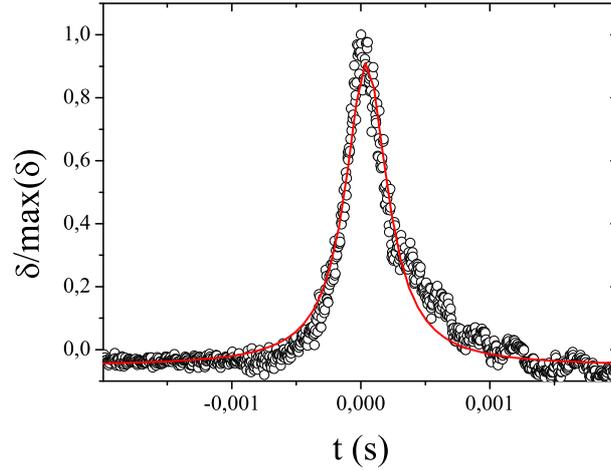


Figura 13: Pico producido en la señal de aceleración por una capa de $N = 33$ y $\Gamma = 3,31$. La línea en rojo corresponde a un ajuste lorentziano.

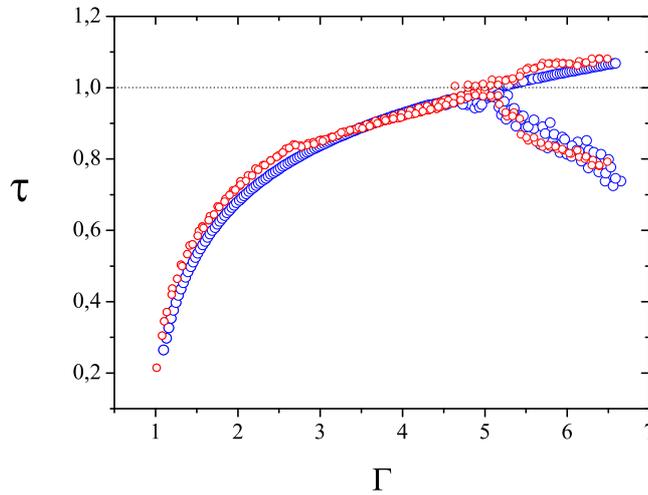


Figura 14: Tiempo de vuelo para una capa de altura $N = 33$ (puntos rojos) y el modelo modificado por la presencia de gas intersticial, gravedad efectiva y la duración finita de la fase de choque e inicio (puntos azules).

sistema debe recurrirse a la simulación numérica del problema introduciendo una variación tanto en la fase del choque contra la base como en la de despegue. Los resultados de esta simulación, incluido los efectos de una gravedad efectiva y la presencia de aire intersticial puede verse en la Figura 14. En este caso el ajuste es excelente, exceptuando los puntos correspondientes a los vuelos cortos del sistema bifurcado que resultan extremadamente sensibles a la elección de la duración del tiempo de choque. Debido a la indeterminación en el tiempo de choque la región de la bifurcación *saddle node* desaparece totalmente y el

crecimiento de las ramas se ve fuertemente atenuado. La duración finita del tiempo de choque

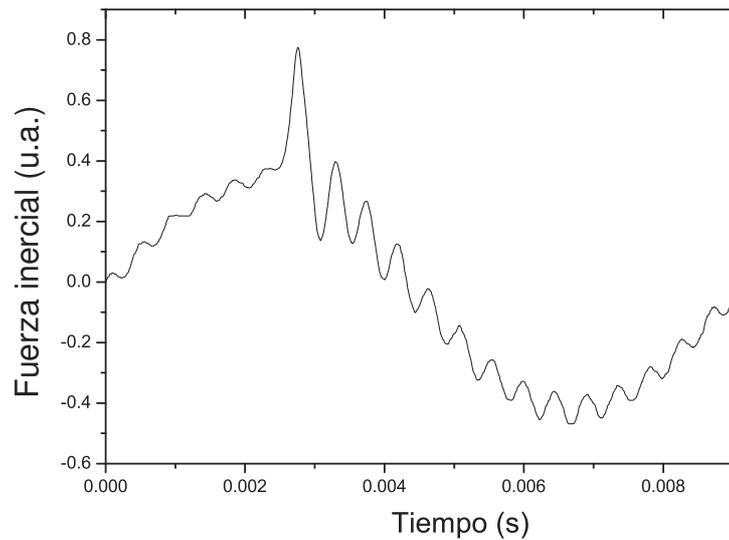


Figura 15: Fuerza sobre la base medida mediante un sensor piezoeléctrico para $\Gamma = 2, 5$. El primer pico que se aparta del comportamiento senoidal corresponde al choque de las partículas con la base.

tiene efectos que trascienden la explicación del diagrama de bifurcaciones observados en el experimento. Este tiempo también es el responsable de la aparición de un comportamiento resonante dentro de la capa granular que puede verse claramente en la Figura 15. Esta resonancia es fácilmente audible en el laboratorio y está relacionada con la propagación de un pulso de compresión a lo largo del material granular. La propagación de este tipo de pulsos está escasamente estudiada y sólo mediante métodos numéricos, de manera que este tipo de experimentos puede resultar de suma utilidad para caracterizar este fenómeno.

Estudio de la dinámica local de las partículas

Hasta aquí esta memoria se ha centrado en el comportamiento global de la capa granular, ya sea estudiando el campo de velocidades convectivo y el movimiento de su centro de masas. Sin embargo, mediante la utilización de una cámara rápida y la óptica adecuada es posible estudiar la dinámica local de una partícula que se encuentre junto a la pared lateral de la celda. Esta técnica requiere de una excelente calidad en la iluminación y un sistema de procesamiento de imagen adecuado que permita la determinación de desplazamientos de cada uno de los granos con una resolución suficiente para hacer buenos análisis cuantitativos: dos órdenes de magnitud por debajo de su propio diámetro. Los resultados obtenidos mediante

este método pueden verse en la Figura 16 para valores del parámetro de control anteriores y posteriores a la duplicación de periodo. De ellas hay que destacar el comportamiento claramente determinista del desplazamiento vertical de cada una de las partículas, hecho que contrasta fuertemente con la idea de temperatura granular introducida por algunos autores para justificar esta clase de convección. Los desplazamientos en la dirección horizontal son efectivamente erráticos aunque extremadamente pequeños y comparables a la resolución experimental. En ambos casos la pendiente de la recta definida por los mínimos locales coincide con la velocidad convectiva determinada más arriba.

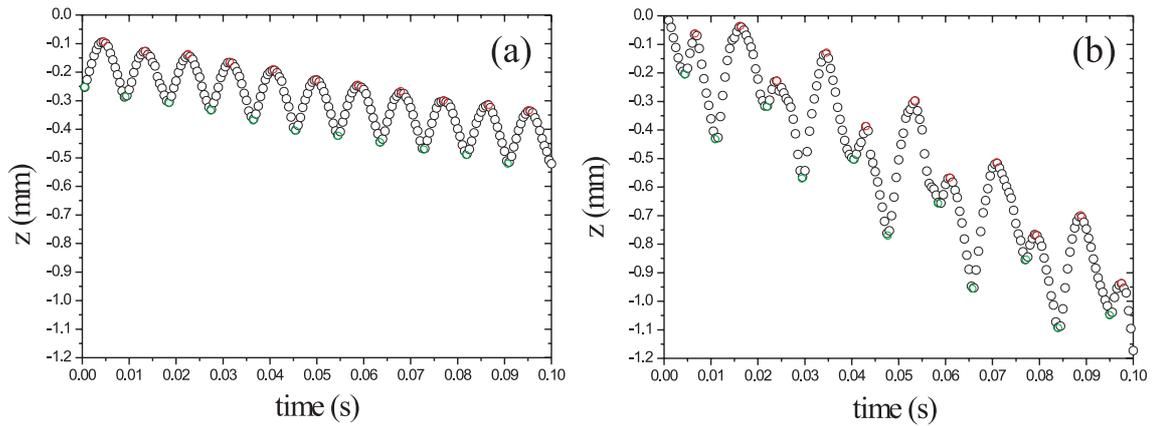


Figura 16: Coordenada vertical de la trayectoria resuelta en el tiempo de un grano próximo a la pared lateral de la celda. Los círculos rojos (verdes) indican los máximos (mínimos) relativos. (a) Tasa de muestreo 4000 imágenes por segundo y $\Gamma = 2,59$. (b) Tasa de muestreo 2000 imágenes por segundo y $\Gamma = 5,49$.

Con objeto de analizar el movimiento de una partícula a lo largo de un ciclo se han «colapsado» todas las trayectorias obtenidas en una ventana de 10×10 partículas en una única trayectoria. Para lograrlo es necesario definir un origen común para todas ellas. La elección natural podría ser el momento en que la partícula inicia el vuelo o donde se produce el impacto. Sin embargo esta elección no resulta adecuada pues estos instantes no se conocen con precisión para cada uno de los vuelos y pueden coincidir o no con la adquisición de un dato según el tiempo de muestreo experimental. Para solucionar este problema, cada una de las trayectorias se ajusta para puntos próximos al máximo con una función parabólica y posteriormente los máximos de cada parábola se hacen colapsar en un único punto de referencia. Los resultados obtenidos por este método pueden verse en la Figura 17. En la

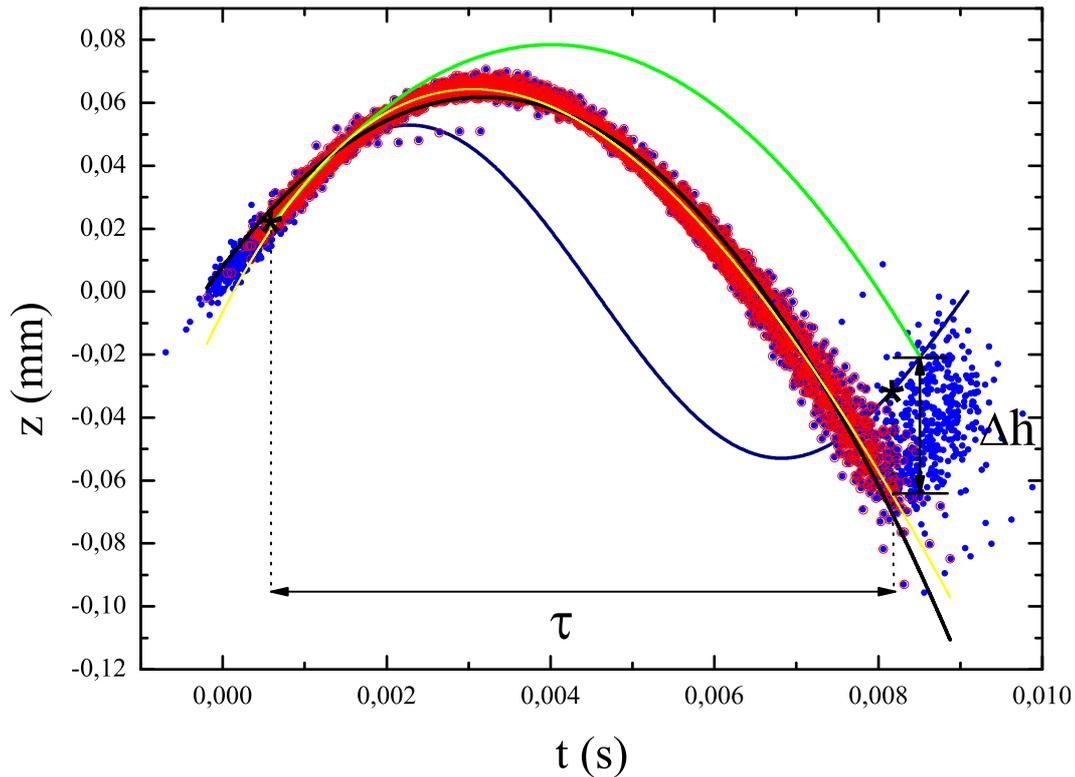


Figura 17: Movimiento individual de los granos a lo largo de un ciclo de vibración. Los puntos azules representan las trayectorias resueltas en el tiempo para varios granos. Los puntos rodeados en rojo son aquellos de la trayectoria en los que los granos no están en contacto con la base. La línea verde representa la trayectoria correspondiente al IBBM. La línea azul representa la posición de la pared lateral. Las estrellas muestran la fase, calculada a partir del IBBM, donde la capa inicia el vuelo y la fase, medida experimentalmente, donde la capa termina el vuelo. La línea amarilla representa un ajuste parabólico y la línea negra corresponde a al ajuste –ver texto– donde se tienen en cuenta los efectos del aire y la fricción con las paredes.

figura se ha representado en verde el vuelo que debería describir el sistema si se tratara de una única partícula perfectamente inelástica. Los puntos rodeados por un círculo rojo son aquellos que corresponden a un intervalo temporal igual al tiempo de vuelo del sistema medido mediante el acelerómetro. Este tiempo se mide *hacia atrás* a partir del instante en que las partículas chocan contra la base, es decir, el punto donde se produce el cambio en la dirección del movimiento de los granos. La distancia vertical entre este momento y la trayectoria de la base corresponde entonces al desplazamiento colectivo de las partículas y al dividirla por el tiempo de vuelo permite recuperar el valor de la velocidad convectiva

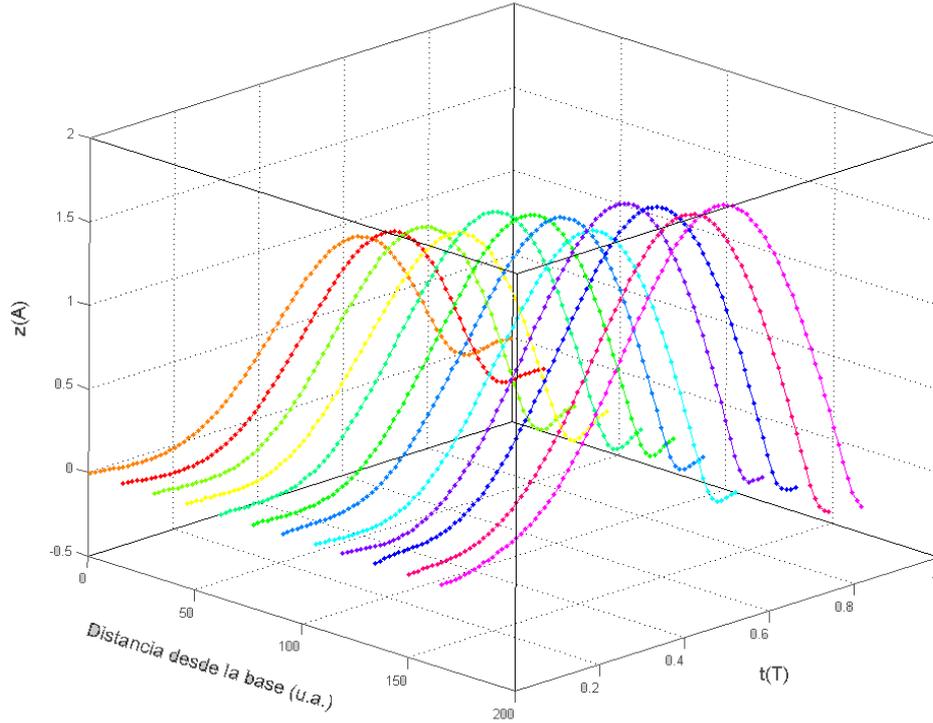


Figura 18: Representación tridimensional del movimiento de las partículas próximas a la pared de la celda a diferentes alturas. Los desplazamientos están representados respecto un sistema que se mueve solidario con la celda.

obtenida por otros métodos.

Si durante su vuelo las partículas se encontraran únicamente bajo la acción de una fuerza constante sus trayectorias podrían ser ajustadas satisfactoriamente con una trayectoria parabólica (línea amarilla en la Fig. 17); si bien el ajuste parece acertado indica una fase para el inicio del vuelo que no es coherente con lo observado en el experimento ni con el valor determinado para la duración del vuelo. Para mejorar el ajuste de los datos se han incluido en el los efectos combinados de la fricción con las paredes y los efectos viscosos del aire en la celda. Para obtenerlo se ha integrado la expresión:

$$\ddot{z} + \beta\dot{z} = -g_a \quad (17)$$

donde los parámetros de ajuste representan una viscosidad efectiva (β) y una aceleración efectiva (g_a). Es importante remarcar que el parámetro β no representa la viscosidad del aire intersticial sino un parámetro que da cuenta de una «viscosidad granular» fuertemente

dependiente de la presencia de gas intersticial. Definiendo $z(t_0) = z_0$ y $\dot{z}(t_0) = v_0$ la solución de la ecuación (17) es:

$$z(t) = -\frac{g_a + v_0\beta}{\beta^2} (e^{-\beta t} - 1) - \frac{g_a t}{\beta} + z_0 \quad (18)$$

Al ajustar esta solución a los datos experimentales, se tienen los siguientes valores:

$$\begin{cases} z_0 = -0,6 \pm 6 \times 10^{-3} \text{ m} \\ v_0 = 50 \pm 10 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1} \\ g_a = 12,77 \pm 0,07 \text{ ms}^{-2} \\ \beta = 164 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

Con la inclusión del parámetro β es posible ajustar bien el valor de velocidad inicial y la fase en que se inicia el vuelo aunque éste es ligeramente distinto al predicho por el IBBM. Al igual que para los tiempos de vuelo, la aceleración efectiva a la que se encuentra sometida el material granular es superior a la de la gravedad, aunque en este caso su valor es aún mayor que la gravedad efectiva introducida en la Ec.16.

Con el objeto de mejorar la resolución espacio-temporal de las observaciones se ha desarrollado recientemente un sistema de observación mediante microscopía adaptado a la cámara rápida. Con este sistema es posible resolver el desplazamiento de las partículas con mucha precisión (ver Fig. 4.d) y sobre todo en una franja lateral muy acotada de la celda. En los datos que se presentan en la Figura 18) la región de observación se encuentra acotada a franjas de 2 x 2 diámetros de partículas y en todos los casos se han promediado un mínimo de 20 vuelos. Con objeto de hacer más evidente las diferencias entre desplazamientos a diferentes alturas se ha representado su posición respecto de un sistema de referencia que se mueve con las paredes de la celda. La amplitud de sus vuelos y su duración temporal se han normalizado con la amplitud y el periodo de oscilación de la celda. Como puede verse en la figura las partículas que se encuentran más próximas a la base realizan un vuelo de menor amplitud espacial y duración temporal. Así, cuando las partículas de la capa superior aún se encuentran en vuelo las inferiores ya han alcanzado la base y se mueven solidarias a ella. La posición de este choque se desplaza con una velocidad que se ha estimado en aproximadamente 20 m/s. Este valor multiplicado por el espesor de la capa conduce a un tiempo cuya inversa coincide muy bien con la frecuencia resonante mostrada en la Figura 15 poniendo de manifiesto que la propagación de este pulso de «deformación» es el responsable de la

aparición del comportamiento resonante observado por los sensores de fuerza y aceleración que se encuentran en la base de la celda. Actualmente se está estudiando además, que valor de *aceleración efectiva local* permite ajustar estos tiempos de vuelo.

IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado de forma exhaustiva el movimiento de un medio granular agitado verticalmente. Cómo se ha puesto de manifiesto, el movimiento colectivo de las partículas en su conjunto dista mucho de ser errático y en su lugar se observa un comportamiento coherente fácilmente reproducible en el laboratorio.

El carácter ordenado del movimiento descarta la posibilidad de utilizar teorías que introduzcan conceptos como la temperatura granular para justificar la analogía con la convección térmica. Se ha demostrado mediante un análisis detallado de los tiempos de vuelo –tanto de las partículas en la proximidad de las paredes como del sistema en su conjunto– que el flujo convectivo está relacionado con el vuelo «libre» que realizan las partículas mientras están despegadas de la base.

El diagrama de bifurcaciones obtenido pone claramente de manifiesto que la aproximación de la capa granular como un medio completamente inelástico puede resultar sumamente útil siempre que se tengan en consideración los efectos de las paredes laterales y el gas intersticial. Debido a que la disipación completa de la energía en el impacto se produce en un tiempo finito, la duplicación de periodo aparece en el sistema sin estar precedida por una región donde se observe «*critical slowing down*» compatible con la bifurcación *saddle node*. La duración finita del choque entre la capa granular y la celda introduce también un efecto importante sobre la dinámica. Cuando este tiempo es menor que el tiempo que el sistema permanece en contacto con la base, la energía de la capa granular puede disiparse completamente en el choque y no introduce ninguna variación significativa respecto del IBBM. Cuando estos tiempos se vuelven comparables, la capa granular inicia un nuevo vuelo mientras parte de ella aún se encuentra cayendo; así el material tiende a dilatarse aumentando la fuerza de interacción con la pared. Este aumento se traduce entonces en un mayor frenado de la capa, con el consiguiente retraso en los tiempos de vuelo. La combinación de estos efectos produce por tanto un diagrama de bifurcaciones comparable al IBBM –para el centro de masas del sistema– aunque para ajustar la experiencia y el modelo es necesario

introducir una *gravedad efectiva* que de cuenta de la fuerza total que actúa sobre el sistema en su conjunto.

Del análisis detallado del movimiento de las partículas próximas a la pared de la celda, se han cuantificado los efectos que introduce el aire intersticial así como la fricción con las paredes. Estos efectos también se han englobado en otra *aceleración efectiva* –esta de carácter local– que actúa sobre las partículas que interaccionan con las paredes. Esta aceleración es en todos los casos estudiados un 20 % superior a la gravedad efectiva obtenida para el centro de masas. Podemos concluir por tanto que la diferencia entre la *gravedad efectiva* que actúa sobre el sistema en su conjunto respecto de la que actúa sobre las partículas de la periferia introduce el esfuerzo de corte responsable de la convección. Este esfuerzo ha sido cuantificado por primera vez en este trabajo en sistemas con agitación continua. Este efecto cizalla es el responsable por de los movimientos convectivos y depende fuertemente de los efectos lubricantes que introduce el gas presente dentro de la celda.

Un consecuencia –aún bajo estudio– de esta investigación es la observación de la propagación resonante de un pulso de cantidad de movimiento u «onda de choque» a lo largo de la capa granular. Esta propagación no solo se hace evidente mediante las señales de fuerza y aceleración obtenidas en la base de la celda sino que también es claramente audible lo que puede conducir a interesante efectos aún sin explorar. Para su estudio detallado se ha implementado una técnica de seguimiento de las partículas prácticamente capa a capa, pudiéndose así determinar con razonable precisión la propagación del frente de deformación. Independientemente de las consecuencias que este efecto pueda tener sobre la dinámica de la convección, la propagación de información en este tipo de medios es un problema abierto y sobre el cual restan aun muchas cuestiones por resolver. Este experimente es por tanto un excelente candidato para la investigación sistemática de estos problemas.

Finalmente, este análisis ha sido realizado en un rango limitado parámetros que eventualmente podrían ser modificados. Algunos de los más interesantes son: (a) la dimensión lateral del recipiente, (b) la frecuencia de oscilación, (c) el espesor de la capa granular y (d) el tipo de material. Todos ellos deben ser estudiados sin duda para poder alcanzar una comprensión cabal de la convección granular.

Bibliografía

- [1] M. Faraday, “On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces”. *Philos. Trans. R. Soc. London*, **52**, 299, 1831.
- [2] P. Evesque & Rajchenbach, “Instability in a San Heap”. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 44, 1989.
- [3] C. Laroche, S. Douady & S. Fauve, “Convective flow of granular masses under vertical vibrations”. *J. Phys. France* **50**, 699, 1989.
- [4] O. Reynolds, *Phil. Mag. Ser.* **50**, 469, 1885.
- [5] J.B. Knight, E.E. Ehrichs, V. Yu. Kuperman, J. K. Flint, H. M. Jaeger & S. R. Nagel. “Experimental study of granular convection”, *Phys. Rev.* **E54**, 5726, 1996.
- [6] J.B. Knight, H. M. Jaeger & S. R. Nagel, “Vibration-induced size separation in granular media: The convection connection.”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3728, 1993. E.L. Gossman. “Effects of container geometry on granular convection”. *Phys. Rev.* **E56**, 3290, 1997.
- [7] A. Mehta & C.C. Baker, “Vibrated Powders: A microscopic approach”. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 394, 1991.
- [8] A. Mehta & J.M. Luck, “Novel temporal behaviour of a nonlinear dynamic system. the completely inelastic bouncing ball ”. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 393, 1990.
- [9] E. Fermi, “On the origin of the cosmic radiation”. *Phys. Rev.* **75**, 1179, 1949.
- [10] P. J. Holmes. “The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table”. *Journal of Sound andVibration* **84**, 173, 1982.
- [11] N.B. Tuffillaro & A. M. Albano, “Chaotic dynamics of a bouncing ball”. *Am. J. Phys.* **54**, 939, 1986.
- [12] J.M. Luck & A. Mehta, “Bouncing ball with a finite restitution: Chattering,locking, and chaos”. *Phys. Rev.* **E48**, 3988, 1993.
- [13] G. A. Luna-Acosta, “Regular and Chaotic dynamics of the damped Fermi accelerator”. *Phys. Rev.* **A42**, 7155, 1990.
- [14] F. Melo, P. Umbanhowar & H. Swinney, “Hexagons, kinks, and disorder in oscillated granular layer”. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3838, 1995.
- [15] P. Umbanhowar, F. Melo & H. Swinney, “Localized Excitations in a vertically vibrated granular layer”. *Nature* **382**, 793, 1996.
- [16] S. Douady, S. Fauve & C. Laroche. “Subharmonic instabilities and defects in a granular layer

- under vertical vibrations”. *Europhys. Lett.* **8**, 621, 1989.
- [17] A. Garcimartín, D. Maza, J.L. Ilquimiche & I. Zuriguel, “Convective motion in a vibrated granular layer”. *Phys. Rev. E* **75**, 031303, 2002.
- [18] W. Kroll. *Forshung auf der Gebiete des Ingenieurwesen* **20** , 2, 1854.
- [19] R.G. Gutman, “Vibrated beds of powders. Part I: A therotical model for the vibrated bed”. *Trans. Instn. Chem. Engrs.* **54**, 174, 1976.
- [20] T. Rafaat, J.-P. Hulin & H. Herrmann, “Density waves in dry granular media falling through a vertical pipe”. *Phys. Rev. E* **53**, 4345, 1996.
- [21] R.P. Behringer, E. van Doorn, R.R. Hartley & H.K. Pak, “Makin a rough place ‘plane’: why heaping of vertically shaken sand must stop at low presure”. *Granular Matter* **4**, 9, 2002.
- [22] M.L.Ramón, D. Maza & H. Mancini, “Patterns in small aspect ratio Bénard-Marangoni convection”. *Phys. Rev. E* **60**, 4193, 1999.
- [23] J.M. Pastor, D. Maza, I. Zuriguel, A. Garcimartín, J.-F. Boudet. “Time resovlved particle dynamics in granular convection” *Physica D* **232**, 128, 2007.
- [24] J.M. Pastor, “Dinámica de un Medio Granular Agitado Verticalmente”. <http://departamento.fisica.unav.es/Investigacion/Tesinas/Pastor.pdf>, 2005.